



## LABORATOIRE DE L'ACCÉLÉRATEUR LINÉAIRE

IN2P3-CNRS et Université PARIS-SUD  
Centre Scientifique d'Orsay - Bât 200 - B.P. 34  
91898 ORSAY Cedex (France)

Tél. : +33 1 64 46 83 12

Fax : +33 1 69 07 14 99

Web PHIL : <http://phil.lal.in2p3.fr>

Web LAL : <http://www.lal.in2p3.fr>

# PHIL : PHoto Injecteur au LAL

Orsay, le 2 novembre 2011

MEMO TECHNIQUE :	X
COMPTE RENDU :	
DIVERS :	

N° NOTE PHIL :	2011-011
N° NOTE Département Accélérateur	2011-006

---

## ***Dimensionnement du mesureur d'émittance transverse de PHIL par la méthode des fentes.***

---

BROSSARD Julien  
[brossard@lal.in2p3.fr](mailto:brossard@lal.in2p3.fr)

---

Version électronique disponible :  
<http://phil.lal.in2p3.fr/spip.php?rubrique92>

Diffusion : équipe PHIL, département accélérateur, A. Gonnin, D. Auguste.

## I : Objectif de la note

L'objectif de cette note est de déterminer les dimensions du système de mesure d'émittance transverse 2D qui sera installé sur la machine PHIL, ainsi que les paramètres de faisceaux compatibles (énergie, émittance transverses rms normalisée, dimensions transverses, charge, longueur de paquet). Cette note permettra l'écriture du cahier des charges techniques du système de mesure d'émittance par la méthode des fentes (Note PHIL n°2011-012).

### Remarques :

- l'écran mentionné dans cette note est celui de la station YAG 2 (située à l'entrée du dipôle TTF, voir <http://phil.lal.in2p3.fr/spip.php?rubrique28> )
- la méthode utilisée dans cette note s'inspire de la référence [1]
- 

## II : Géométrie du système

La Figure 1 montre les paramètres ( $w$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $L_d$ ) permettant de définir la géométrie du système. Dans cette étude, la distance  $L_d$  est fixée égale à 230 mm.

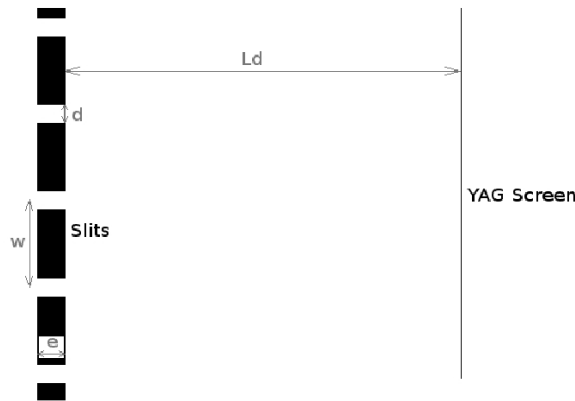


Figure 1: Paramètres ( $e, d, w, L_d$ ) permettant de définir la géométrie du système.

## III : Formules permettant de fixer les dimensions du système

L'épaisseur du système de fentes est choisit afin de stopper l'ensemble des électrons incidents. La détermination de cette distance est effectuée via l'utilisation de la formule suivante :

$$e(\text{cm}) = \frac{\max(E(\text{MeV}))}{1.5(\text{MeV} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}) * \rho(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})} \quad (\text{équation 0})$$

où :

- $\rho$  représente la masse spécifique du matériau utilisé
- $E$  est l'énergie totale moyenne du paquet d'électrons

On souhaite utiliser ce système de mesure d'émittance sur des faisceaux de 5 à 10 MeV ( $9.8 < \beta \gamma < 19.6$ ) . En utilisant du tungstène ( $\rho = 19.3 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ ) , cela suppose que l'épaisseur soit - au moins - de 3.5 millimètres.

On suppose que le faisceau au niveau des fentes est à un « waist », ce qui permet d'exprimer simplement la divergence angulaire du faisceau par l'équation suivante :

$$\sigma_{r'} = \frac{\epsilon_{nor}^{rms}}{\beta \gamma \sigma_r}$$

où :

- $\epsilon_{nor}^{rms}$  est l'émittance rms normalisée transverse (x ou y) du faisceau.
- $\sigma_{r'}$  est l'écart quadratique moyen de la divergence du faisceau (en x ou y)
- $\beta = \frac{v}{c}$  est la vitesse normalisée (c : célérité de la lumière dans le vide)
- $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$  est le facteur de Lorentz
- $\sigma_r$  est l'écart quadratique moyen des positions transverses<sup>1</sup> (en x ou y).

Afin que l'image des sous-faisceaux au niveau de l'écran puisse correctement rendre compte de cette divergence angulaire au niveau des fentes, on impose que l'acceptance angulaire d'une fente  $\left(\frac{d}{e}\right)$  soit au moins 4 fois supérieur à la divergence du sous-faisceau :

$$4 \sigma_{r'}^{slits} < \frac{d}{e}, \text{ soit } 4 \frac{\epsilon_{nor}^{rms}}{\beta \gamma \sigma_r^{slits}} < \frac{d}{e}$$

Cette inéquation impose une valeur minimale pour la largeur des fentes (d) :

$$\frac{4.e.\max(\epsilon_{nor}^{rms})}{\min(\beta \gamma) . \min(\sigma_r^{slits})} < d \quad (\text{équation 1})$$

Afin d'éviter la superposition des sous-faisceaux au niveau de l'écran, on impose que leur dimensions transverses rms soient inférieures au quart de la distance séparant 2 fentes :

$$\frac{d}{\sqrt{(12)}} + L_d \sigma_{r'}^{slits} < \frac{w}{4} \quad (\text{équation 2})$$

Enfin, afin que la méthode des fentes soit assez fiable, on impose au faisceau :

- de passer - au minimum - à travers 5 fentes, soit :
 
$$4w < 2 \sigma_r^{slits} \quad (\text{équation 3})$$
- de passer intégralement<sup>2</sup> au travers du système de N fentes, soit :
 
$$(N-1)w > 5 \sigma_r^{slits} \quad (\text{équation 4})$$

Ainsi, en fixant l'énergie totale moyenne du faisceau (E), l'émittance rms normalisée à l'entrée des fentes  $(\epsilon_{nor}^{rms})$ , la distance séparant les fentes de l'écran ( $L_d$ ) et le nombre N de fentes on peut déterminer les lieux de l'espace (d,w) où les 4 équations précédents sont satisfaites.

Deux contraintes supplémentaires sont imposées par la méthode de reconstruction de l'émittance transverse. En effet, celle-ci - pour être applicable - suppose :

- que la propagation des sous-faisceaux entre les fentes et l'écran soit gouvernée par le terme d'émittance, et non par le terme de force de charge d'espace (termes apparaissant dans l'équation d'enveloppe, voir équation 12 de [1]).
- qu'un sous-faisceau ne soit pas perturbé par la force de charge d'espace générée par un sous-faisceau voisin (voir équation A8 de [1]).

Ces contraintes supplémentaires permettent d'obtenir une valeur maximale pour l'intensité électronique du faisceau incident, via les 2 inégalités suivantes :

1 Relativement à la particule de référence.

2 On définit ici « l'intégralité » du faisceau par la zone de  $5 \sigma_r$  centrée autour de la particule de référence..

$$\sqrt{\frac{3\pi}{2}} \gamma I_0 \left(\frac{\epsilon_{nor}^{rms}}{d}\right)^2 \ll 1, \text{ soit (en prenant 0.01 comme seuil)} \quad I_{max1} = \frac{1}{100} \sqrt{\frac{3\pi}{2}} \gamma I_0 \left(\frac{\epsilon_{nor}^{rms}}{d}\right)^2$$

$$\frac{2I}{\gamma^2 I_0} \frac{dL_d}{w \epsilon_{nor}^{rms}} \ll 1, \text{ soit (en prenant 0.01 comme seuil)} \quad I_{max2} = \frac{1}{100} \frac{\gamma^2 I_0 w \epsilon_{nor}^{rms}}{2dL_d}$$

où :  $I_0$  est le courant d'Alfvén ( $I_0=17$  kA).

On peut ainsi déterminer la valeur maximale de l'intensité du faisceau pour chaque couple (d,w) de la zone satisfaisant les 4 premières inéquations par :

$$I_{max} = \min(I_{max1}, I_{max2}) \quad (\text{équation 5})$$

## IV : Contour de l'étude

L'étude présentée dans cette note, a été réalisée avec les paramètres présentés dans le Tableau 1.

Cas n°	E (MeV)	e(mm)	N	Ld (mm)	$\epsilon_{rms\_norma}$ (mm.mrad)	$\sigma_r$ (mm)
1	5	3.5	21	230	1	3
2					2	3,5
3					5	4
4					10	5
5	10				10	6
6					15	7
7					20	8

Tableau 1: Ensembles des configurations testées dans cette étude.

Un code MATLAB a été écrit afin de déterminer les zones de l'espace (d,w) où sont satisfaites les inéquations 1 à 4. Ce code, ainsi que son manuel sont librement disponibles à cette adresse : <http://phil.lal.in2p3.fr/spip.php?rubrique122>.

## V : Résultats

La Figure 2 montre - sur une grille régulière en (d,w) - les zones où les inéquations 1, 2, 3 et 4 sont individuellement satisfaites (4 premières colonnes), ainsi que les zones où les 4 conditions sont simultanément satisfaites (cinquième colonne), ainsi que la valeur maximale - dans cette zone - de l'intensité du faisceau incident (sixième colonne). Cette figure montre qu'il n'est pas possible de trouver un couple (d,w) permettant de mesurer l'émission pour l'ensemble des cas figurant dans le Tableau 1 (il suffit pour cela de comparer la première et la dernière figure de la 5-ième colonne). En revanche 2 couples ( $d_1, w_1$ ) et ( $d_2, w_2$ ) peuvent assurer cela. Ainsi les couples suivant :

- $d_1=0.1$  mm et  $w_1=1.4$  mm (couvre les cas 1 à 4 du Tableau 1)
- $d_2=0.1$  mm et  $w_2=2.1$  mm (couvre les cas 5 à 7 du Tableau 1)

permettent de reconstruire l'émission pour l'ensemble des cas étudiés.

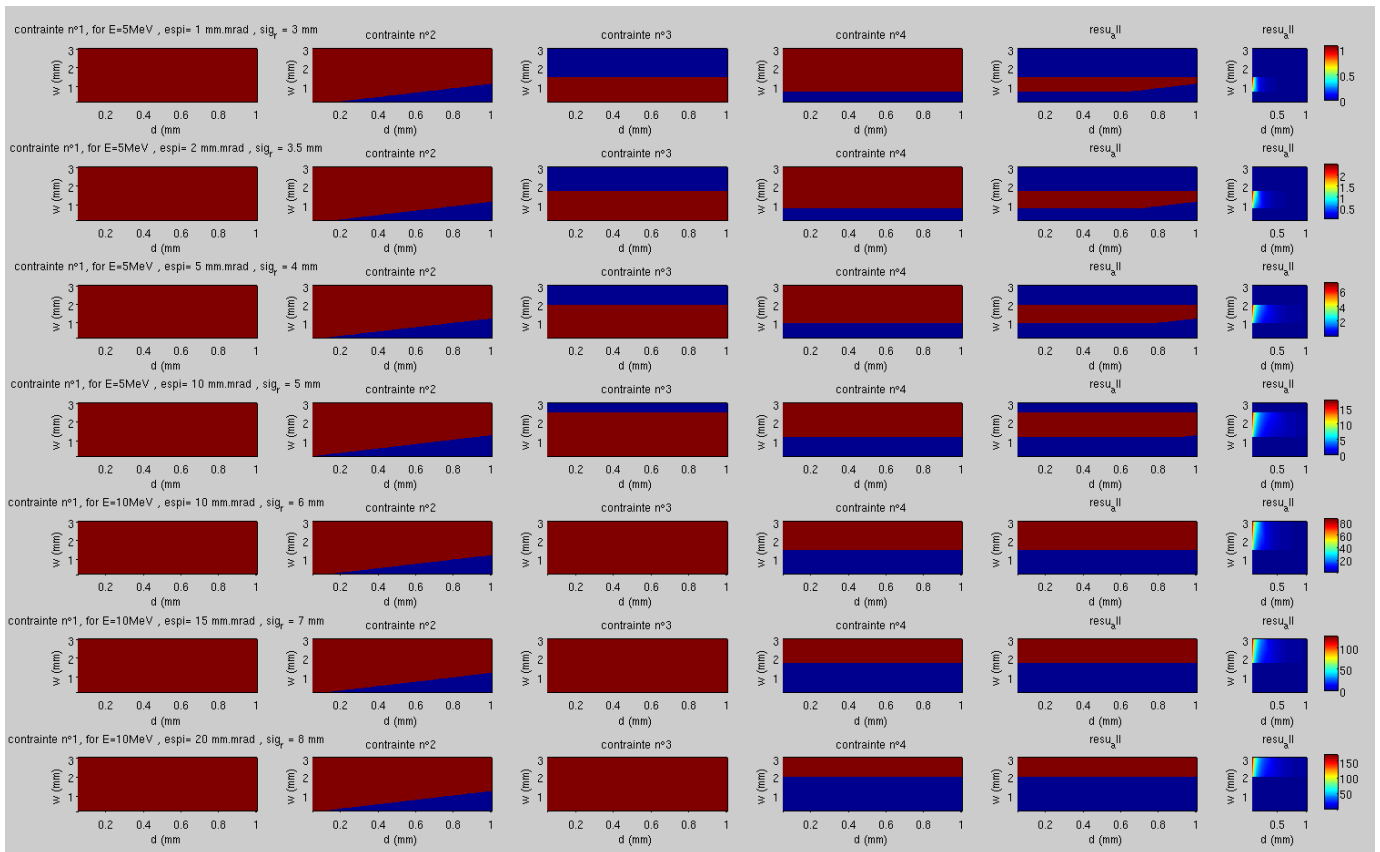


Figure 2: zones de l'espace  $(d,w)$  où sont satisfaites les contraintes, en fonction des configurations présentées dans le tableau 1 ( ligne n°N  $\leftrightarrow$  cas n° N du tableau). Les zones rouges (resp. bleues) sont les zones de l'espace  $(d,w)$  où les contraintes sont satisfaites (resp. non satisfaites). Première colonne : étude de l'inéquation 1. Deuxième colonne : étude de l'inéquation 2. Troisième colonne : étude de l'inéquation 3. Quatrième colonne : étude de l'inéquation 4. Cinquième colonne : étude des 4 inéquations simultanées. Sixième colonne : valeur maximale de l'intensité du faisceau (satisfaisant l'équation 5).

Afin de convertir la valeur de l'intensité maximale autorisée (définie par l'équation 5) en « charge maximale du paquet d'électrons », on a supposé une longueur rms de paquet égale à 5 ps. La Figure 3 et le Tableau 2 montrent – dans cette hypothèse<sup>3</sup> – la valeur de charge maximale que les cas du Tableau 1 permettent de supporter.

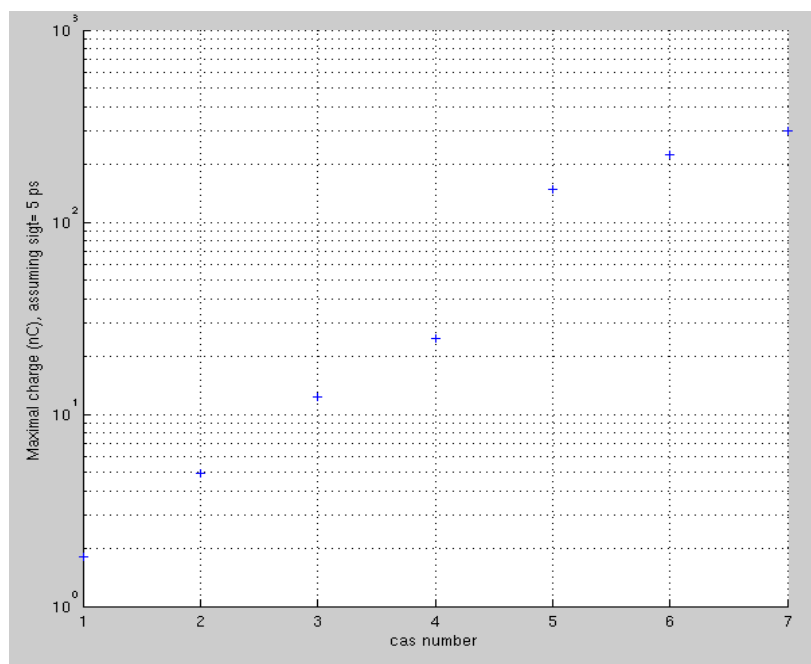


Figure 3: valeur maximale de la charge du faisceau (pour un paquet supposé avoir une longueur de 5 ps), compatible avec le système de mesure d'émittance définie par  $(d=d_1, w=w_1)$  pour les cas 1 à 4 et  $(d=d_2, w=w_2)$  pour les cas 5 à 7 du Tableau 1.

3  $(d_1, w_1)$  pour les cas 1 à 4 et  $(d_2, w_2)$  pour les cas 5 à 7.

	Cas n°1	Cas n°2	Cas n°3	Cas n°4	Cas n°5	Cas n°6	Cas n°7
Charge max (nC)	1,8	5	12	24	150	220	300

Tableau 2: Valeur de la charge maximale autorisée par le système en fonction du cas étudié (on suppose ici, une longueur de paquet égale à 5 ps).

## VI :Optimisation du système

Une étude plus détaillée montre que l'incapacité d'utiliser un seul système de grilles pour caractériser l'ensemble des cas figurant dans le Tableau 1 peut être levée si l'on augmente le nombre de fentes. En effet, la valeur de  $w$  est encadrée par les inéquations 3 et 4 dont l'écriture peut se résumer à :

$$\frac{\sigma_r^{slits}}{2} \geq w \geq \frac{5}{(N-1)} * \sigma_r^{slits}$$

Pour que cette double inégalité soit satisfaite, il est nécessaire d'avoir  $N \geq 11$ . Cependant, cela n'est pas suffisant. En effet, si l'on souhaite utiliser un système (où  $w$  est fixé) sur plusieurs type de faisceaux incidents, il est nécessaire d'avoir - sur  $w$  - la contrainte suivante :

$$N \geq \min(N) = 10 * \frac{\max(\sigma_r^{slits})}{\min(\sigma_r^{slits})} + 1$$

Ainsi, la valeur minimale du nombre de fentes par grille est fonction du rapport entre les dimensions transverses maximales et minimales des faisceaux testés. La valeur minimale de  $N$  ( $\min(N)$ ) détermine précisément la valeur de  $w$ , par :  $w = \frac{\min(\sigma_r^{slits})}{2}$  (qui est la valeur maximale de l'inéquation n°3).

Ainsi, pour les 4 premiers cas du Tableau 1, la valeur minimale de  $N$  était de  $10 * 5 / 3 + 1 \sim 18$ , et la valeur maximale de  $w$  était de 1.5 mm ( $w$  était égale à 1.4 mm). Pour les 3 derniers cas du Tableau 1, la valeur minimale de  $N$  était de  $10 * 8 / 6 + 1 \sim 14$ , et la valeur maximale de  $w$  était de 3 mm ( $w$  était égale à 2.1 mm).

Ceci montre que l'ensemble des cas du Tableau 1 (avec  $N=28$  au lieu de 21) peuvent être caractérisés avec un seul système de grilles, où  $w = \min(\sigma_r) / 2 = 3 / 2 = 1.5 \text{ mm}$  et  $N=28$  (car  $N \geq 10 * 8 / 3 + 1 \sim 28$ ). La Figure 4 et le Tableau 3 montrent la valeur maximale de la charge du paquet qu'un tel système permet de caractériser en fonction des cas du Tableau 1 (avec  $N=28$  au lieu de 21). Le Tableau 3, comparé au Tableau 2 montre que ce système unique autorise (par rapport au double système précédent) des faisceaux de charge similaires.

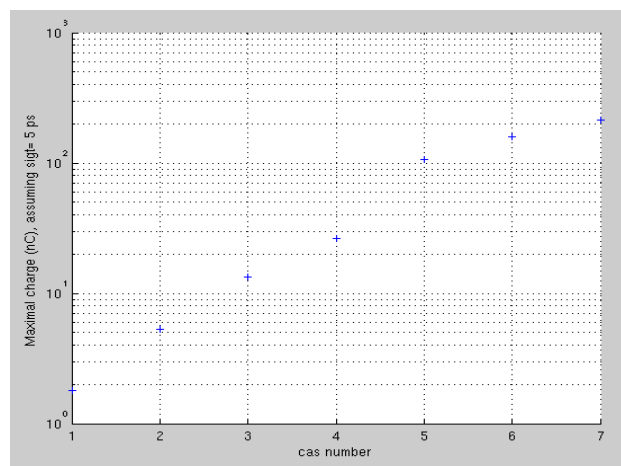


Figure 4: Valeur maximale de la charge du faisceau (pour un paquet supposé avoir une longueur de 5 ps), compatible avec le système de mesure d'émittance à 28 fentes, où  $d=0.1 \text{ mm}$  et  $w=1.5 \text{ mm}$  pour l'ensemble des cas du Tableau 1 (avec  $N=28$  au lieu de 21)

	Cas n°1	Cas n°2	Cas n°3	Cas n°4	Cas n°5	Cas n°6	Cas n°7
Charge max (nC)	1,8	5,3	13	26	106	160	210

Tableau 3: Valeur de la charge maximale autorisée par le système ( $d=0.1 \text{ mm}$ ,  $w=1.5 \text{ mm}$ ,  $N=28$ ) en fonction du cas étudié (on suppose ici, une longueur de paquet égale à 5 ps).

## VII :Conclusions

Cette étude montre qu'un système de grilles<sup>4</sup> en tungstène à 28 fentes de largeur 0.1 mm (d), espacées « centre à centre » de 1.5 mm (w), d'épaisseur 3.5 mm (e), situé à 230 mm ( $L_d$ ) avant de l'écran YAG 2 peuvent permettre de reconstruire l'émittance de l'ensemble des faisceaux listés dans le Tableau 1.

*Remarque :* lors de la mesure, il sera nécessaire d'observer les dimensions transverses du faisceau au niveau des grilles afin, par exemple de contrôler que son extension n'est pas inférieure à  $4*w$  ou qu'elle ne dépasse pas les 28 fentes.

## VIII : Référence

[1] : « Space-charge effects in high brightness electron beam emittance measurements », S.G. Andersonn &al., Physical Review special Topics, Accelerators and beams, Vol. 5, 014201 (2002).

---

4 un « système de grilles » est composé d'une grille à fentes verticales et d'une grille à fentes horizontales.